

对应用于自适应光学的角膜像差重建算法的效能分析

陈浙一

作者单位:(325000)中国浙江省温州市,温州医科大学眼视光医院视光学专科

作者简介:陈浙一,毕业于温州医科大学,硕士,住院医师,研究方向:视光学。

通讯作者:陈浙一.45498725@qq.com

收稿日期:2016-11-24 修回日期:2017-03-14

Effectiveness analysis for reconstruction algorithms of the corneal aberration applied in adaptive optics

Zhe-Yi Chen

Department of Optometry, the Eye Hospital of Wenzhou Medical University, Wenzhou 325000, Zhejiang Province, China

Correspondence to: Zhe-Yi Chen. Department of Optometry, the Eye Hospital of Wenzhou Medical University, Wenzhou 325000, Zhejiang Province, China. 45498725@qq.com

Received:2016-11-24 Accepted:2017-03-14

Abstract

• **AIM:** To investigate the accuracy, time-consuming and reliability of three Zernike algorithms in reconstruction of the corneal aberration in adaptive optics.

• **METHODS:** Elevation data of corneal front surface collected on 20 normal eyes over a 6mm pupil were converted into the simulated original wave-front data by subtracting the best fitting sphere, which was then resampled at resolutions of 100, 300, and 500 μm . Differences in elevation between adjacent pixels were used to generate simulated wave-front slope data, which were used to reconstruct wave-front by three algorithms: the regularized solution, the singular value decomposition, and Householder transform separately. The number of Zernike modes was from 1 to 130 separately in each reconstruction procedure. Each new wave-front map generated was directly compared to the originally sampled wave-front and the residual root-mean-square (RMS) error between the original and reconstructed map was recorded, also we investigate the time-consuming and reliability of the solution by calculating the condition numbers of the linear model and observing the mode coefficient matrix.

• **RESULTS:** Householder transformation performed as well as the singular value decomposition by three sampling rates in reconstruction accuracy, while the regularized solution showed unacceptable results when the number Zernike modes used higher than 88 by the resolution was 500 μm . With the modes number

increased, the time that the singular value decomposition consumed increased more obviously than the time that the Householder transformation and the regularized solution consumed, and the difference between the latter two didn't show obviously. The higher the sampling rate was, also the lower the Zernike exponent number was, and the more reliable the result was, and the instability of regularized solution is more serious than the other two at the low sampling rate.

• **CONCLUSION:** Householder transformation is superior the other two in accuracy as well as the highly effectiveness, and the reliability of three algorithms was almost identical at high sampling rate, while the Householder transformation still showed relatively stable performance at low sampling rate, which provides the reference and the theory basis of choice to the optimal algorithm which is applied in the adaptive optics system of real-time correction eyeball's aberration wave-front reconstruction.

• **KEYWORDS:** adaptive optics; corneal aberration; reconstruction algorithms

Citation: Chen ZY. Effectiveness analysis for reconstruction algorithms of the corneal aberration applied in adaptive optics. *Guoji Yanke Zazhi(Int Eye Sci)* 2017;17(4):680-686

摘要

目的: 分别使用构造正则方程、奇异值分解、Householder变换三种解法解决自适应光学中角膜像差重建中性性模型的最小二乘解问题,比较重建精度、耗时以及可靠性,为应用于实时矫正眼球像差的自适应光学系统中波前重建最优算法的选择提供参考及理论依据。

方法: 使用 Pentacam 角膜地形图仪获取 20 眼正常眼的角膜地形图前表面高度数据。数据范围为中央 6mm 直径的瞳孔区,根据 Pentacam 提供的参数生成最佳拟合球面(best fit sphere,BFS),二者之差即为模拟的角膜前表面的像差数据。数据采样率为 100 μm (仪器设置),编制采样程序对其分别使用 100、300、500 μm 的分辨率进行采样,对每个波前像差数据矩阵计算梯度,求得 x 方向及 y 方向的一阶偏导,此即为波前像差的斜率数据(即为模拟夏克-哈特曼传感器采样)。获得波前斜率数据后使用 zernike 多项式(分别使用 1~130 个模式项数)重建波前数据,对于上述三种采样率,都分别使用构造正则方程法、奇异值分解与 Householder 变换三种算法获得重建波面的模式系数。根据获得的模式系数获得重建波面,使用其与原始波面的差值的残差均方根(root mean square,RMS)考察重建精度,同时使用 MATLAB 函数 tic、tuo 考察重建耗时,并计算线性模型的条件数、观察模式系数矩阵解的合理性以考察算法的可靠性。

结果:重建精度:三种采样率时,Householder 变换与奇异值分解的表现是一致的,而构造正则方程法则在分辨率为 $500\mu\text{m}$ 时表现较差,主要为高阶(zernike 模式数 $K>88$)时 RMS 值明显的不稳定(表现为无规律的大幅度的波动)。重建耗时:三种采样率时,随着阶数的增加,奇异值分解的耗时增加明显高于 Householder 变换与构造正则方程法,而另二者的差异性表现得并不直观。算法可靠性:采样率越高,使用的 zernike 多项式的阶数越低,结果越可靠。同时构造正则方程法在采样率较低时相比较于另二者的计算稳定性明显较差。

结论:Householder 变换在精确以及高效两方面优于另两者,且当采样率较高时,三种解法的可靠性几乎相同。而当采样率较低时,Householder 变换仍有相对较稳定的表现,此结果为应用于眼科医学的自适应光学系统中波前重建最优算法的选择提供了参考及理论依据。

关键词:自适应光学;角膜像差;重建算法

DOI:10.3980/j.issn.1672-5123.2017.4.23

引用:陈浙一. 应用于自适应光学的角膜像差重建算法的效能分析. 国际眼科杂志 2017;17(4):680-686

0 引言

人眼是不完善的光学系统,具有波前像差,其大小和形式因人因时而变^[1],自适应光学技术(adaptive optics, AO)是 20 世纪 70 年代才开始发展起来的光学新技术,它通过实时探测-控制-校正光学系统的动态波前误差,使光学系统具有自动适应外界条件变化从而始终保持最佳工作状态的能力^[2]。对人眼采用自适应光学校正技术,可以校正时间和空间上都变化的像差,横向空间分辨率可达到 $2\mu\text{m}$ 左右,可以得到细胞尺度的高分辨率成像^[3-6];同时由于自适应光学系统可独立受控并产生各种特定的像差,这也为视觉科学的研究提供了全新的方法^[7-8]。波前重建是实现自适应光学的核心步骤,其中的波前传感器获得目标发射的光波,得到后续处理需要的波前斜率数据;波前重建部分需要依靠算法从斜率中复原波前数据,并且计算出控制信息;控制信息输出给系统的控制单位,从而实现波前像差矫正。因此,只有依靠快速以及精确的算法支持,才能满足自适应光学实时性和可靠性的要求。

对人眼波前像差的描述通常使用 Zernike 多项式。美国光学学会^[9-10]推荐在眼像差的表示中采用带有标准化因子的 Zernike 多项式。2001 年,Porter 等^[11]发现 Zernike 多项式可以有效地表达人眼的波前像差,但误差是存在的。2003 年,Smolek 等^[12]发现使用 Zernike 拟合使用的阶数越高,波前像差的拟合误差性越大。2004 年,Klyce 等^[13]发现相对于正常眼,当对非正常眼使用 Zernike 拟合时,拟合误差将不尽如人意,同时会产生大量的高阶像差。2006 年 Dai^[14]开始使用波前斜率数据重建波面,模拟斜率重建的过程,但其用于重建的原始波面为随机生成的数学波面。2008 年 Yoon 等^[15]从 Orbscan 角膜地形图仪中获取角膜的原始高度数据,通过减去最佳拟合球面数据从而得到数学意义上的角膜像差,并同时使用波前斜率数据重建波面。然而以上作者在使用重建算法解决线性模型的最小二乘解(即求取 Zernike 的模式系数)时,都使用了奇异值分解法,此解法虽然精度较高,但相对其他算法耗时,对于属于自适应光学的波前重建来说,重建速度与精度同样重

要。2006 年,Cao 等^[16]使用线性模型最小二乘解的经典解法-Householder 变换解决线性模型的最小二乘解,指出其与直接构造正则方程组的计算精度相当。2010 年,Cao 等^[17]比较了包括 Householder 变化和奇异值分解在内的三种重建算法,认为三种算法精确性相当。但以上研究使用的原始数据都只是通过像差仪获取的斜率数据,没有原始波面数据,这就为比较重建精确性增加了困难。

本课题通过角膜地形图高度数据获得模拟的角膜前表面像差原始波面数据,分别使用构造正则方程、奇异值分解、Householder 变换三种解法求得 Zernike 多项式的模式系数并重建波面与原始波面比较,比较不同采样率下分别使用 1~130 个 Zernike 多项式模式时的重建精度和可靠性,为应用于实时矫正眼球像差的自适应光学系统中波前重建最优算法的选择提供参考及理论依据。

1 对象和方法

1.1 对象 本研究属于横断面研究,以招募志愿者的方式纳入受试者 40 名,收集每名受试者右眼的数据。纳入标准:无明显认知障碍;自愿参加本研究。排除标准:眼部有器质性病变、眼外伤史、眼部手术史、眼压不在正常范围内($10\sim 21\text{mmHg}$),配戴软性角膜接触镜者未停戴 1~2wk 以上、配戴硬性角膜接触镜者未停戴 3~4wk 以上、角膜上皮点染和缺损、泪膜破裂时间(BUT) $<10\text{s}$ 。本试验操作遵循赫尔辛基宣言的章程,并经所在单位伦理委员会批准,所有受试者都被告知试验操作的目的和流程以及有可能带来的副作用,并签署知情同意书。

1.2 方法

1.2.1 检查方法 首先对受试者进行全面的眼部检查,包括:远、近视力,裂隙灯,眼压及直接眼底镜检查,医学验光,筛选符合入选标准者。对于每位研究对象进行 Pentacam 三维眼前节分析系统检测,由同一技术熟练的操作者操作。检测时嘱受试者将下颌放置于下颌托上,前额向前轻贴于额带,调节仪器使注视光标与右眼高度一致,固定头部。嘱其眨眼后尽量睁大睑裂并保持,同时注视光标。检查者调节手柄,调整光学头的焦距,当屏幕上角膜的中心反光点与屏幕中心对齐时,仪器将自动开启图像摄像。对受试眼重复测量 3 次,拍摄模式为 25 张/s,每次测完都让研究对象重新调整位置,最后选择 QF $>95\%$ 且 QF 值最高的一幅图用于数据采集。

1.2.2 数据处理 首先使用 Pentacam 角膜地形图仪获取的受试者右眼的角膜地形图前表面高度数据。数据范围为中央 6mm 直径的瞳孔区,根据 Pentacam 提供的参数生成最佳拟合球面(best fit sphere, BFS),二者之差即为模拟的角膜前表面的像差数据(图 1)。Pentacam 角膜地形图的数据采样率为 $100\mu\text{m}$ (仪器设置),再编制采样程序对其分别使用 $300\mu\text{m}$ 、 $500\mu\text{m}$ 的分辨率进行采样,对每个波前像差数据圆形矩阵计算梯度,求得 x 方向及 y 方向的一阶偏导,此即为波前像差的斜率数据(即为模拟波前传感器采样)。获得波前斜率数据后使用 Zernike 多项式分别使用 1~130 个模式项数重建波前数据,对于上述三种采样率,都分别使用构造正则方程法^[17]、奇异值分解^[18]与 Householder 变换^[19]三种算法获得重建波面的模式系数。根据获得的模式系数重建波面,其与原始波面的各个对应点的差值的残差均方根(root mean square, RMS)考察重建精度和重建耗时,并计算线性模型的条件数、观察模式系数矩阵解的合理性以考察算法的可靠性。以上数据处理与分析程序使用 MATLAB 软件编写。

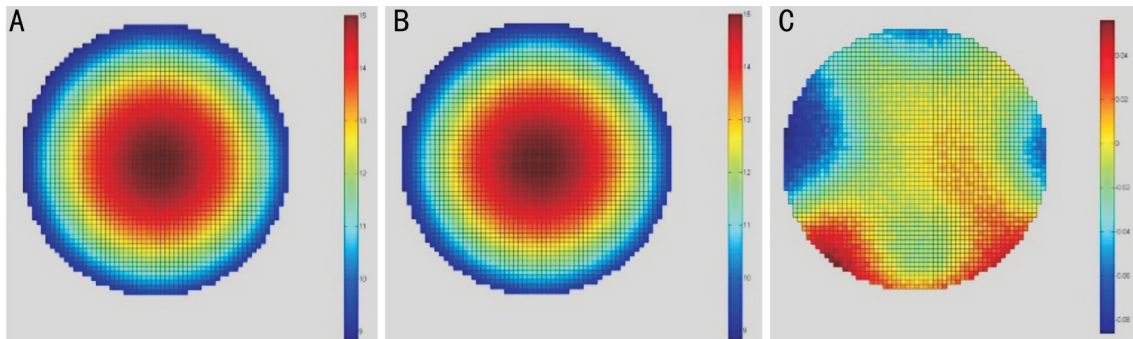


图1 模拟的角膜前表面的像差数据 A:角膜前表面高度数据;B:最佳拟合球面;C:前两者差值即为模拟的角膜前表面像差。

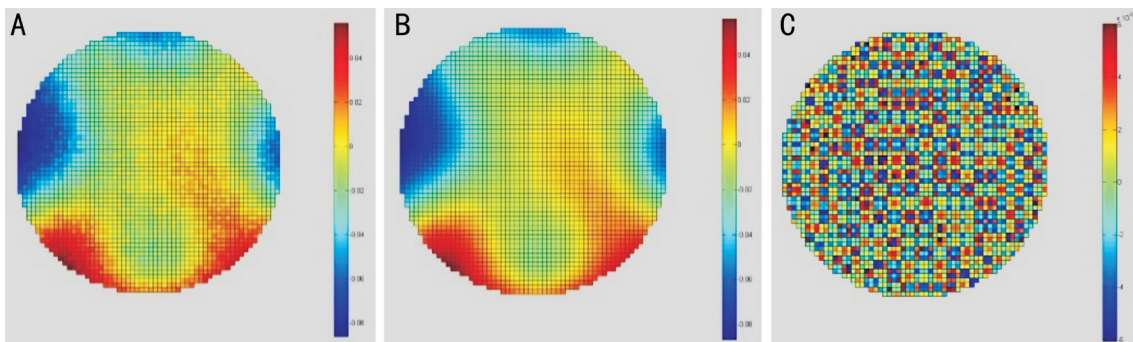


图2 重建波面与原始波面的差值计算过程 A:模拟的人眼前表面角膜像差 $W(x,y)$; B:重建的像差波面 $W^*(x,y)$; C:重建波面与原始波面之差 $W^*(x,y)-W(x,y)$ 。

1.2.3 重建效能的评价指标

1.2.3.1 重建精度 通过求取生成波面与原始波面之间差距的残差均方根 (residual root-mean-square)

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum (\chi - \mu)^2}{n-1}} \quad \text{式 1}$$

作为评价指标 (图2)。此处 x 为图2(c)中各点的差值数据, μ 设为0, n 为采样点数。

1.2.3.2 重建耗时 使用 matlab 提供的 tic 和 tio 函数进行重建耗时的计算。

1.2.3.3 重建算法的可靠性 线性 $DC=G$ 的系数矩阵为 D ($M \times K$ 矩阵, M 为斜率测量值的数量, K 为待确定的模式系数数量)。本研究分别使用三种采样率: 500、300、100 μm , 对应的采样点数 (即模拟夏克-哈特曼传感器的镜架数) 分别为 113、317、2821; 分别对应线性模型中的 M 值为 226、634、5642; 且本研究分别使用 130 种模式系数数量; 对应 Zernike 多项式的 K 值为 1 ~ 130。因此, 矩阵 D 最大可到 5 642 \times 130, 大矩阵参与的计算过程往往需要考察矩阵的稳定性, 不稳定的矩阵将得到错误的计算结果, 因此在得出最终的结论之前, 必须明确矩阵 D 的稳定性以排除不合理的计算结果。本研究使用两种方法来考察算法的可靠性: (1) 矩阵的条件数^[20], 是判断矩阵病态与否的一种度量, 条件数越大矩阵越病态, 由病态矩阵参与的运算结果都是不可靠的。不同的采样率与不同的 Zernike 最高模式数 K 所生成的矩阵 D 对应着不同的条件数 (图3)。由图3中可得条件数随着 Zernike 多项式的模式数 (k 值) 的增加而增大, 采样率越低, 条件数的突变点 (即在此点之后, 条件数突然上升) 越前移。(2) 其次是观察所得 Zernike 模式系数解矩阵 (图4), 纵轴方向为 Zernike 最高模式数 k (从 1 ~ 130), 横轴方向为指定 k 值所得到的模式系数, 其数量与 k 值相同。随着 k 值的增

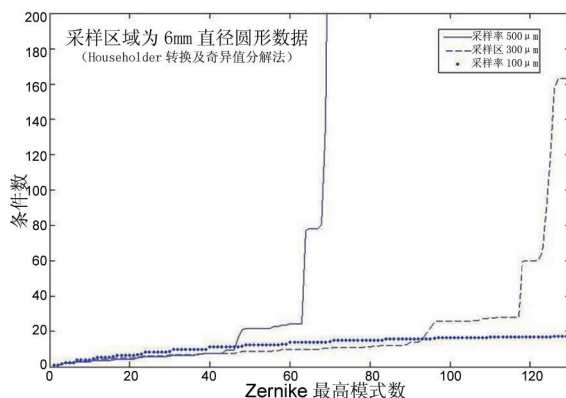


图3 三种采样率下的矩阵条件数。

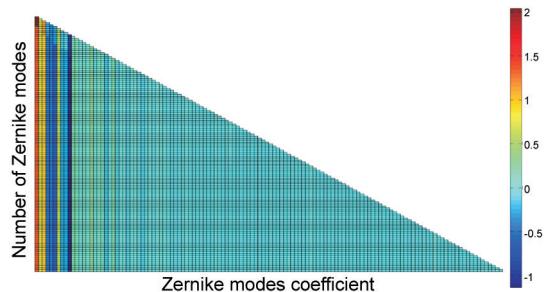


图4 Zernike 模式系数解矩阵。

加, 相同序列上的模式系数是不变或近似的, 第一次使用 $k=5$ 的 Zernike 多项式重建时, 我们能得到 5 项模式系数; 第二次使用 $k=7$ 的 Zernike 多项式重建时, 我们能得到 7 项模式系数。如果两次重建的解都是合理的, 那么第 1 次获得的 5 项模式系数应该与第 2 次获得的 7 项模式系数中的前 5 项是一致的。否则, 即为不合理解。

统计学分析: 应用 SPSS16.0 统计软件包进行统计学

表 1 采样率为 500 μm 时三种方法的重建精度比较

	k=1	k=2	...	k=88	k=89	k=90	...	k=129	k=130
<i>F</i>	0.41	1.21	...	0.86	232802	64530	...	406367	467246
<i>P</i>	0.66	0.29	...	0.42	<0.0001	<0.0001	...	<0.0001	<0.0001
1 组 vs 2 组 (<i>P</i>)	0.63	0.28	...	0.59	0.96	0.99	...	0.99	0.99
1 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.91	0.87	...	0.42	<0.0001	<0.0001	...	<0.0001	<0.0001
2 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.87	0.55	...	0.95	<0.0001	<0.0001	...	<0.0001	<0.0001

注:1 组使用 Householder 变换法;2 组使用奇异值分解法;3 组使用构造正则方程法; $n=40$ 。

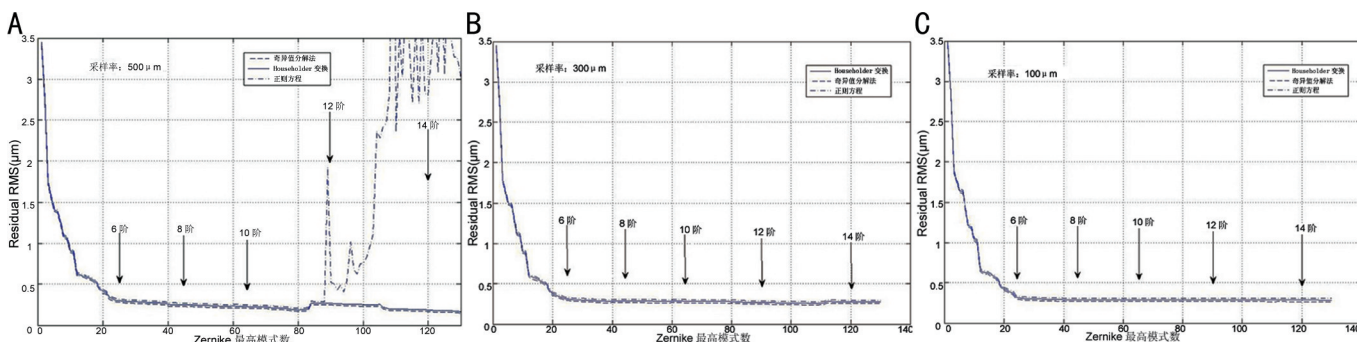


图 5 不同采样率时使用三种方法的重建精度结果 A: 采样率 500 μm ; B: 采样率 300 μm ; C: 采样率 100 μm 。

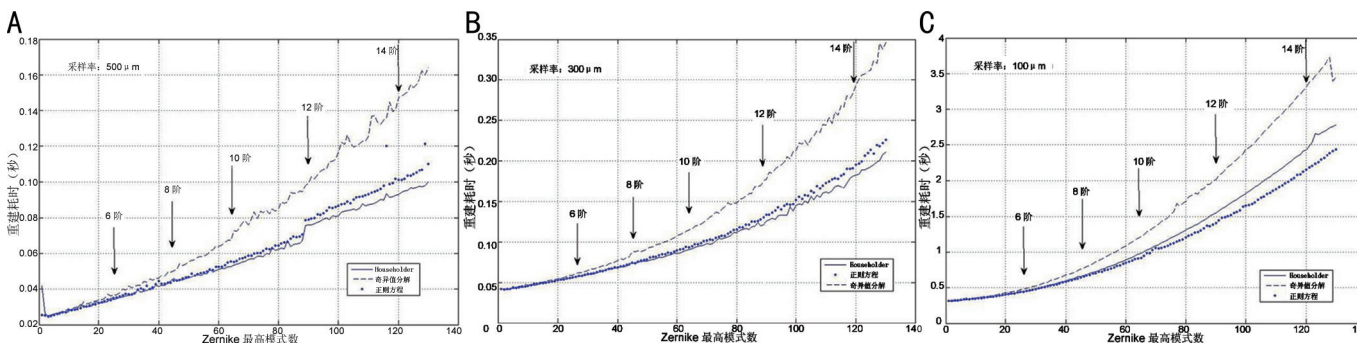


图 6 不同采样率时使用三种方法的重建耗时结果 A: 采样率 500 μm ; B: 采样率 300 μm ; C: 采样率 100 μm 。

分析,以“均值 \pm 标准差”的形式表示。对于三种算法所得的重建精度值(即 RMS)与重建耗时分别进行单因素方差分析,若存在差异,进一步使用 LSD-*t* 检验进行组间的两两比较,检验水准为 $\alpha=0.05$ 。

2 结果

2.1 受试者基本资料 收集 40 名受试者的 40 眼右眼,其中男性 27 名,女性 13 名。平均年龄为 25.80 \pm 6.34 岁,平均等效球镜度为 -3.82 \pm 1.08D。

2.2 重建精度 无论是何种采样率时,三种算法的表现是基本一致的,并且几乎都存在共同的“突变点”(在此点之后,随着横轴的 Zernike 最高模式数 *k* 值增加,RMS 并不减少),此“突变点”的位置随着采样率的增加而后移,“突变点”反映的是由于矩阵的不稳定而导致线性模型解的不合理性(图 5)。采样率为 500 μm ,分别使用三种方法的重建精度结果:当 $k \geq 89$ 时,由构造正则方程法得出的解与其他两种方法相比有明显的统计学差异($P < 0.05$,表 1)。采样率为 300 μm ,分别使用三种方法的重建精度结果:在 *k* 从 1~130 取值时,三种方法的 RMS 值没有统计学的差异($P > 0.05$,表 2)。采样率为 100 μm ,分别使用三种方法的重建精度结果:在 *k* 从 1~130 取值时,三种方法的 RMS 值没有统计学差异($P > 0.05$,表 3)。

2.3 重建耗时 无论是何种采样率时,三种算法的表现是基本一致的:重建耗时随着 *k* 值的增加而增加。由三张图

表 2 采样率为 300 μm 时三种方法的重建精度比较

	k=1	k=2	...	k=129	k=130
<i>F</i>	1.22	1.21	...	0.001	0.45
<i>P</i>	0.29	0.30	...	0.99	0.63
1 组 vs 2 组 (<i>P</i>)	0.69	0.89	...	0.99	0.92
1 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.26	0.28	...	0.99	0.61
2 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.73	0.53	...	0.99	0.83

注:1 组使用 Householder 变换法;2 组使用奇异值分解法;3 组使用构造正则方程法。

表 3 采样率为 100 μm 时三种方法的重建精度比较

	k=1	k=2	...	k=129	k=130
<i>F</i>	0.70	1.08	...	0.94	0.41
<i>P</i>	0.49	0.34	...	0.39	0.66
1 组 vs 2 组 (<i>P</i>)	0.48	1	...	0.83	0.67
1 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.95	0.41	...	0.36	0.98
2 组 vs 3 组 (<i>P</i>)	0.67	0.41	...	0.70	0.76

注:1 组使用 Householder 变换法;2 组使用奇异值分解法;3 组使用构造正则方程法。

片中看出,随着 *k* 值的增加,奇异值分解法重建耗时的上升程度明显快于另两者,而 Householder 变换和构造正则方程法的差异性并不能由上述结果得出。因此,Householder

表4 采样率为500 μm 时三种算法的重建耗时比较

	k=1	...	k=26	k=27	k=28	...	k=110	...	k=130
<i>F</i>	0.76	...	2.71	9.68	13.96	...	132	...	338
<i>P</i>	0.46	...	0.07	<0.005	<0.001	...	<0.001	...	<0.001
1组 vs 2组(<i>P</i>)	0.82	...	0.05	<0.001	<0.001	...	<0.001	...	<0.001
1组 vs 3组(<i>P</i>)	0.43	...	0.44	0.09	0.83	...	0.02	...	<0.001
2组 vs 3组(<i>P</i>)	0.79	...	0.51	0.25	<0.001	...	<0.001	...	<0.001

注:1组使用 Householder 变换法;2组使用奇异值分解法;3组使用构造正则方程法。

表5 采样率为300 μm 时三种算法的重建耗时比较

	k=1	...	k=26	k=27	k=28	...	k=129	k=130
<i>F</i>	2.14	...	3.17	9.68	13.96	...	250	238
<i>P</i>	0.12	...	0.05	<0.001	<0.001	...	<0.001	<0.001
1组 vs 2组(<i>P</i>)	0.12	...	0.05	<0.001	<0.001	...	<0.001	<0.001
1组 vs 3组(<i>P</i>)	0.27	...	0.46	0.18	0.96	...		0.0087
2组 vs 3组(<i>P</i>)	0.89	...	0.37	0.07	<0.001	...	<0.001	<0.001

注:1组使用 Householder 变换法;2组使用奇异值分解法;3组使用构造正则方程法。

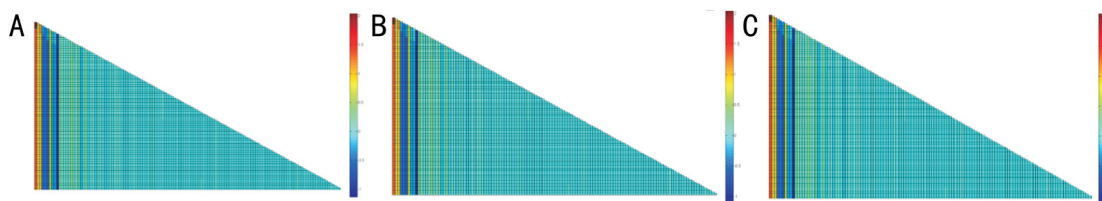


图7 采样率100 μm 下所得的模式系数矩阵 A:使用 Householder 变换法;B:奇异值分解法;C:构造正则方程法。

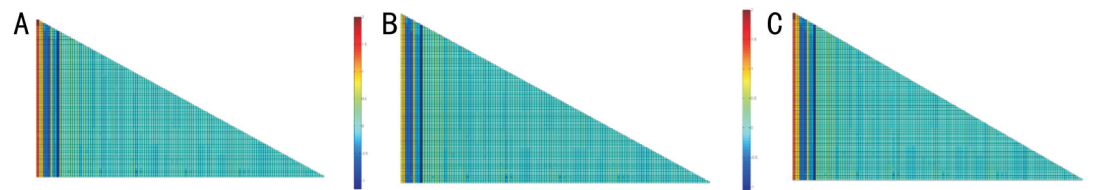


图8 采样率300 μm 下所得的模式系数矩阵 A:Householder 变换法;B:奇异值分解法;C:构造正则方程法。

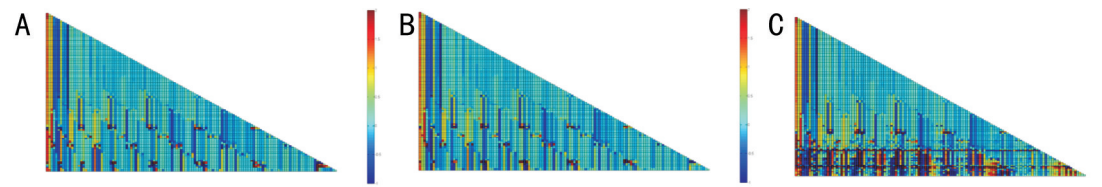


图9 采样率500 μm 下所得的模式系数矩阵 A:Householder 变换法;B:奇异值分解法;C:构造正则方程法。

变换优于奇异值分解法和构造正则方程法。并且,较高的采样率能得到较稳定的解,然而较高的采样率同时意味着重建耗时的增加(图6)。采样率为500 μm 时,当 $k>27$ 时,奇异值分解法的结果与其他两种方法有统计学差异($P<0.05$);当 $k>110$ 时,Householder变换与构造正则方程法的结果开始有统计学差异($P<0.05$,表4)。采样率为300 μm 时,当 $k>26$ 时,奇异值分解法的结果与其他两种方法有统计学差异($P<0.05$);当 $k>130$ 时,Householder变换与构造正则方程法的结果开始有统计学差异($P<0.05$,表5)。采样率为100 μm 时,当 $k>24$ 时,奇异值分解法的结果与其他两种方法有统计学差异($P<0.05$);当 $k>69$ 时,Householder变换与构造正则方程法的结果有统计学差异($P<0.05$,表6)。

2.4 考察模式系数矩阵 采样率100 μm 下,三种算法所得的模式系数矩阵是一致的, k 值从1~130所得的模式

系数解都是合理的(图7)。采样率为300 μm 下,三种算法的表现是基本一致的,高阶处都存在着不合理的模式系数解,同时在相对应的RMS- k 图中, k 值较高时,甚至在出现突变点之后,仍能得到理想的RMS值,而在模式系数矩阵中,却发现了不合理的模式系数,其原因可能是计算机只考虑“最小二乘”而不考虑各个模式系数同样有自身的临床意义(图8)。采样率500 μm 下,三种算法所得的模式系数矩阵只有在较低阶时存在合理解,而构造正则方程法显然是不能让人接受的。因此,观察模式系数矩阵可以让我们检验计算机所得结果的合理性(图9)。

3 讨论

人眼并非理想的光学系统,除了离焦和散光外,人眼存在各种像差,像差的存在影响了人眼的视力和视觉质量。虽然在十三世纪人们就开始用眼镜矫正离焦,十九世纪矫正散光,但直到目前,普通的眼镜尚不能矫正球差、彗

表 6 采样率为 100 μm 时三种算法的重建耗时比较

	k=1	...	k=24	k=25	...	k=70	...	k=130
<i>F</i>	1.85	...	1.19	4.60	...	42.91	...	238
<i>P</i>	0.16	...	0.30	0.01	...	<0.001	...	<0.001
1 组 vs 2 组(<i>P</i>)	0.68	...	0.28	0.01	...	<0.001	...	<0.001
1 组 vs 3 组(<i>P</i>)	0.13	...	0.83	0.89	...	0.01	...	0.0087
2 组 vs 3 组(<i>P</i>)	0.52	...	0.60	0.04	...	<0.001	...	<0.001

注:1 组使用 Householder 变换法;2 组使用奇异值分解法;3 组使用构造正则方程法。

差和一系列不规则像差。这些像差因人而异,相互作用,直接影响到视网膜成像质量。有一些矫正像差的尝试,例如用干涉条纹成像于视网膜上,可避开眼睛屈光系统像差而看到一正弦条纹。但该方法只能用于被观测物体为条栅状且在实验室完成,对改善正常视力及眼底图像无实际意义^[21]。此后,角膜接触镜的诞生因可中和角膜表面的屈光异常达到部分矫正像差的目的。方法虽简单、经济,但其有效性要依赖于角膜像差在整体眼睛光学系统像差的比例大小。

自适应光学系统一般不能够直接获得光波波前误差数据,只能测得离散的波前斜率,因此需要从这些离散数据中恢复波前;目前大部分的自适应光学系统都是采用夏克-哈特曼传感器,所获得数据是波前相位的斜率采样值。波前重构的任务就是从这些斜率数据恢复出波前相位,进而可以控制校正器,校正波前误差。本课题的研究重点就是寻求高速度、高精度的波前重构算法。而如何评价算法的效能是需要解决的问题。由于原始波面数据是无法获得的,因此使用夏克-哈特曼传感器原理测出的人眼像差只是波前斜率数据而非原始的波前数据;同时角膜地形图等仪器所测出的角膜像差虽然能得到原始的波面数据,但其只是通过角膜高度数据减去最佳拟合球面后使用 Zernike 多项式拟合的结果,而简单的数学拟合与斜率重建是有着本质的区别的,因此本课题使用能获得原始波面数据的角膜地形图采集数据,并且使用二维波面梯度数据来重建波面,既有可用于评价算法效能的原始波面数据,又符合波面探测的斜率重建过程。“过程模拟”结合“数据可比性”,同时解决了仪器测人眼像差没有真实波面数据,仪器测角膜像差不符合像差测量原理的矛盾。

自适应光学系统中,关于波前像差波面重建的算法大致上可以分成两大类:区域法、模式法。考虑到自适应光学系统的实时性要求,高精度、高速度,系统资源消耗少是对算法最基本也是最重要的要求。目前很多新方法都是致力于减少算法复杂度和运算量,同时保证高精度。而本课题的研究重点就是寻求高速度、高精度的波前重构算法。

其中无论涉及何种算法,关键处都是一个线性模型的最小二乘解问题。Dai 等^[14]与 Yoon 等^[15]在使用重建算法解决线性模型的最小二乘解(即求取 Zernike 的模式系数)时,都使用了奇异值分解法,此解法虽然精度较高,但相对其他算法耗时,Cao 等^[16]和 Gao 等^[17]提出采用 Householder 变换对重建人眼波前像差线性模型的系数矩阵进行正交三角化,导出求解拟合系数的算法,指出其与直接构造正则方程组的计算精度相当,并避免了构造正则方程法引入的计算误差,但同时也指出其计算量较大,重建耗时。

本课题分别使用构造正则方程、奇异值分解、Householder 变换三种经典解法解该最小二乘解问题。由三张 RMS-k 图所知,无论是何种采样率时,三种算法的表现是基本一致的,并且都存在共同的“突变点”(在此点之后,随着 k 值增加,RMS 并不减少),此“突变点”的位置随着采样率的增加而后移,“突变点”反映的是由于矩阵的不稳定而导致线性模型解的不合理性。同时也说明,大矩阵的不稳定并不能靠改变算法而使方程解合理化。值得关注的是,虽然存在突变点,且其后面的解因此而变得不合理,但是从图上来看,当采样率为 500 μm 时,由构造正则方程法得出的解显然更加的“不合理”。值得庆幸的是,临床上很少使用超过 10 阶的 Zernike 多项式,因此,至少在 10 阶以内,三种算法的表现是基本一致的。并且,我们可以从图上看,在 6 阶以后,随着 k 值的增加,RMS 的下降程度显然不是让人满意的。

由三张 time-k 图所知,无论是何种采样率时,三种算法的表现是基本一致的:重建耗时随着 k 值的增加而增加。由三张图片中看出,随着 k 值的增加,奇异值分解法重建耗时的上升程度明显快于另两者,而 Householder 变换和构造正则方程法的差异性并不能由上述结果得出。

采样率为 100 μm 时,三种算法所得的模式系数矩阵是一致的,并且相对应的 RMS-k 图也提示不存在“突变点”,因此 k 值从 1 ~ 130 所得的模式系数解都是合理的。采样率为 300 μm 时,三种算法的表现是基本一致的,高阶处都存在着不合理的模式系数解,尽管我们观察到在相对应的 RMS-k 图中,即便在“突变点”之后,仍能得到较小的 RMS 值,但是此时的模式系数却是不合理的,这也是我们需要考察模式系数矩阵的原因。采样率为 500 μm 时,三种算法所得的模式系数矩阵只有在较低阶时存在合理解,而构造正则方程法的结果显然是不能让人接受的,结合与之相对应的 RMS-k 图,模式系数矩阵更能反映解的合理性。

因此,从重建精度和重建耗时来说,我们已经得出一个唯一的结论:Householder 变换优于奇异值分解法和构造正则方程法,此结果为应用于眼科医学的自适应光学系统中波前重建最优算法的选择提供了参考及理论依据。并且,较高的采样率能得到较稳定的解,然而较高的采样率同时意味着重建耗时的增加。

总之,Householder 变换在精确以及高效两方面优于另二者,同时高采样率时,三种解法的可靠性几乎相同。而低采样率时,Householder 变换仍有相对较稳定的表现,此结果为应用于眼科医学的自适应光学系统中波前重建最优算法的选择提供了参考及理论依据。

参考文献

1 Hampson KM, Mallen EA. Multifractional nature of ocular aberration dynamics of the human eye. *Biomed Opt Express* 2011;2(3):464-470
 2 Bonora S, Zawadzki RJ. Wavefront sensorless modal deformable mirror

correction in adaptive optics: optical coherence tomography. *Opt Lett* 2013;38(22):4801-4804

3 Wahl DJ, Jian Y, Bonora S, et al. Wavefront sensorless adaptive optics fluorescence biomicroscope for *in vivo* retinal imaging in mice. *Biomed Opt Express* 2015;7(1):1-12

4 Zhou X, Bedggood P, Bui B, et al. Contrast-based sensor-less adaptive optics for retinal imaging. *Biomed Opt Express* 2015;6(9):3577-3595

5 Ai D, Yang J, Fan J, et al. Adaptive Tensor-Based Principal Component Analysis for Low-Dose CT Image Denoising. *PLoS One* 2015;10(5):e0126914

6 Bonora S, Jian Y, Zhang P, et al. Wavefront correction and high-resolution *in vivo* OCT imaging with an objective integrated multi-actuator adaptive lens. *Opt Express* 2015;23(17):21931-21941

7 Zawadzki RJ, Zhang P, Zam A, et al. Adaptive-optics SLO imaging combined with widefield OCT and SLO enables precise 3D localization of fluorescent cells in the mouse retina. *Biomed Opt Express* 2015;6(6):2191-2210

8 Jin P, Li X. Correction of image drift and distortion in a scanning electron microscopy. *J Microsc* 2015;260(3):268-280

9 Jahnke M, Wirbelauer C, Pham DT. Influence of age on optical aberrations of the human eye. *Ophthalmologie* 2006;103(7):596-604

10 Wang JM, Liu CL, Luo YN, et al. Statistical virtual eye model based on wavefront aberration. *Int J Ophthalmol* 2012;5(5):620-624

11 Porter J, Guirao A, Cox IG, et al. Monochromatic aberrations of the human eye in a large population. *J Opt Soc Am A* 2001;18(8):1793-1803

12 Smolek MK, Klyce SD. Zernike polynomial fitting fails to represent all visually significant corneal aberrations. *Invest Ophthalmol Vis Sci* 2003;

44(11):4676-4681

13 Klyce SD, Karon MD, Smolek MK. Advantages and disadvantages of the Zernike expansion for representing wave aberration of the normal and aberrated eye. *J Refract Surg* 2004;20(5):537-541

14 Dai GM. Comparison of wavefront reconstructions with Zernike polynomials and Fourier transforms. *J Refract Surg* 2006;22(9):943-948

15 Yoon G, Pantanelli S, MacRae S. Comparison of Zernike and Fourier wavefront reconstruction algorithms in representing corneal aberration of normal and abnormal eyes. *J Refract Surg* 2008;24(6):582-590

16 Cao ZL, Liao WH, Shen JX. A new algorithm for human eye's wavefront aberration fitting with Zernike polynomial. *Optics and Precision Engineering* 2006;14(2):308-314

17 Gao WW, Shen JX, Li BM, et al. Comparative Study on Algorithms for Wave-Front Aberration Reconstruction of Human Eye. *Guang Pu Xue Yu Guang Pu Fen Xi* 2010;30(8):2232-2235

18 Wang P, Menon R. Computational spectroscopy via singular-value decomposition and regularization. *Opt Express* 2014;22(18):21541-21550

19 Huang G, Chen J, Benesty J. Direction-of-arrival estimation of passive acoustic sources in reverberant environments based on the Householder transformation. *J Acoust Soc Am* 2015;138(5):3053-3060

20 Kushida N. Correction: Condition Number Estimation of Preconditioned Matrices. *PLoS One* 2015;10(6):e0130920

21 Chen C, Chen X, Gao M, et al. Contextual influence on the tilt after-effect in foveal and para-foveal vision. *Neurosci Bull* 2015;31(3):307-316